**Завдання ІІІ етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики**

**Теоретичний тур. 8 клас**

**Київ, 2011 р.**

**Задача 1.** *На невагомому горизонтальному важелі с двома опорами стоять невагомі діжки. Відстань від осі лівої діжки до лівої опори а = 2м, від осі правої діжки до правої опори с=3м, відстань між опорами b=1м. В обидві діжки одночасно починають наливати з невеликою швидкістю воду з різних кранів. Як повинні співвідноситися швидкості υ1 та υ2 наповнення діжок, тобто маси води, що поступає за одиницю часу в кожну діжку, щоб система залишалася в рівновазі?*

**Розв’язок**

|  |  |
| --- | --- |
| Оскільки важіль повинен знаходитись в рівновазі, запишемо умову рівноваги і знайдемо співвідношення між швидкостями наповнення діжок, якщо важіль спиратиметься тільки на ліву опору (точка А): | **H:\images\10003.jpg** |

*m1g∙2 = m2g∙4; m1 = 2m2;* (рис. 1)

де *m1* і *m2* – маси води, що поступає за одиницю часу в кожну діжку.

$\frac{m\_{2}}{m\_{1}}=\frac{1}{2}$, отже, $\frac{ϑ\_{2}}{ϑ\_{1}}= \frac{1}{2}$.

 Знайдемо співвідношення між швидкостями коли важіль спиратиметься на праву опору:

$3m\_{1}g=3m\_{2}$g,

тоді $\frac{m\_{2}}{m\_{1}}=1, \frac{ϑ\_{2}}{ϑ\_{1}}=1.$

Остаточно отримаємо

$$\frac{1}{2} < \frac{ϑ\_{2}}{ϑ\_{1}} <1.$$

**Задача 2.** *Шматок льоду прив’язаний ниткою до дна циліндричної посудини з водою. Над поверхнею води знаходиться деякий об’єм льоду. Нитка натягнута з силою 1 Н. На скільки і як зміниться рівень води в посудині коли лід повністю розтане? Площа посудини 400 см2, густина води 1 г/см3 (рис. 2).*

**Розв’язок**

|  |  |
| --- | --- |
| Умова рівноваги шматка льоду$$ρ\_{л}Vg+T= ρV\_{A}g,$$де ρл – густина льоду, V – об’єм льоду, ρ – густина води, VA – об’єм льоду, зануреного у воду. Тоді $V\_{A}= \frac{ρ\_{л}Vg+T}{ρg}$.Об’єм води, який отриманий з шматка льоду, що розтанув запишемо (з умови рівності мас): | **F:\10001-new.jpg** |

$ρV\_{в}= ρ\_{л}V; V\_{в}= \frac{ρ\_{л}V}{ρ}.$(рис. 2)

Зміна рівня води

$$∆H= \frac{V\_{в}-V\_{a}}{S}= \frac{ρ\_{л}V}{Sρ}- \frac{ρ\_{л}Vg+T}{Sρg}= - \frac{T}{Sρg}= -2,5 (мм)$$

Тобто рівень вони понизився.

**Задача 3.** *У куті цеглини з розмірами 25012565 мм розташувалася Мурашка. Вона може повзати по поверхні цеглини в будь-якому напрямку зі швидкістю 20 мм/с. За який мінімальний час вона зможе дістатися до максимально віддаленого від неї кута цеглини?*

**Розв’язок**

|  |  |
| --- | --- |
| Очевидно, що кути, про які йдеться в умові задачі, знаходяться на кінцях діагоналі прямокутного паралелепіпеда. Відстань між точками А і В легко знайти, якщо намалювати розгортку паралелепіпеда.З малюнку видно, що з кута А можна потрапити в В двома шляхами – А1В і А2В.$$А\_{1}В= \sqrt{250^{2}+(125+65)^{2}}$$$$А\_{2}В= \sqrt{(250+65)^{2}+125^{2}}$$ | **H:\images\10003.jpg** |

$$А\_{1}В < А\_{2}В.$$

Отже, мінімальний час подорожі до максимально віддаленого від мурашки кута цеглини:

$$t\_{min}= \frac{А\_{1}В}{ϑ} ≈15,7 с.$$

**Задача 4.** *З міста А одночасно виїжджають в одному напрямку два автомобілі зі швидкостями V1=60 км/год та V2=80 км/год відповідно. Через t=30хв з того ж міста в тому ж напрямку виїжджає третій автомобіль. Знайдіть швидкість третього автомобіля, якщо відомо, що він наздогнав другий автомобіль на півгодини пізніше, ніж перший.*

**Розв’язок**


# А

# V1

**V2**

# V3

# S1

# S2

***Дано:***

*υ1=60км/год*

*υ2=80км/год*

*t=30хв*

*Δt=30хв*

***Знайти:***

*V3-?*

Припустимо, що в момент, коли виїжджає третій автомобіль, перший знаходився на відстані S1, а другий на відстані S2. Оскільки до цього моменту перший і другий автомобілі рухалися час *t* то можна записати:

*S1=υ1t; S2=υ2t.*

## Знайдемо час від початку руху третього автомобіля до зустрічі з першим. Оскільки третій автомобіль наздоганяє перший, то їхня швидкість зближення:

## υ=υ3-υ1

Час за який третій автомобіль наздожене перший визначається наступним виразом:

$$t\_{1}=\frac{S\_{1}}{ϑ\_{31}}=\frac{ϑ\_{1}t}{ϑ\_{3}-ϑ\_{1}}$$

Аналогічно час, за який третій автомобіль наздожене другий:

$$t\_{2}=\frac{S\_{2}}{ϑ\_{32}}=\frac{ϑ\_{2}t}{ϑ\_{3}-ϑ\_{2}}$$

За умовою задачі різниця між t2 і t1 рівна Δt. Зрозуміло, що оскільки другий автомобіль швидший за перший то і t2>t1. Отже:

$$∆t=t\_{2}-t\_{1}=\frac{ϑ\_{2}t}{ϑ\_{3}-ϑ\_{2}}-\frac{ϑ\_{1}t}{ϑ\_{3}-ϑ\_{1}}$$

Оскільки Δt=t=30хв, то можна їх скоротити. Шляхом математичних перетворень можна отримати таке квадратне рівняння:

$$ϑ\_{3}^{2}-2ϑ\_{2}ϑ\_{3}+ϑ\_{2}ϑ\_{1}=0$$

$$ϑ\_{3}=ϑ\_{2}\pm \sqrt{ϑ\_{2}^{2}^{}-ϑ\_{1}ϑ\_{2}^{}}=80\pm \sqrt{6400-4800}=\left\{\begin{array}{c}120 км/год\\40 км/год\end{array}\right.$$

оскільки V3>V2>V1, то 40км/год не задовольняє умову задачі, отже: **υ3=120 км/год.**

Окремі учні представили також графічний розв’язок задачі № 4.

**Задача 5.** Відстань від предмета до збиральної лінзи в *n = 5*разів більше від фокусної відстані лінзи*F***.** Знайти збільшення лінзи*k.*

**Розв’язок.**

З формули тонкої лінзи маємо:

**а**

**b**

**h**

h1

**F**

(1) . За означенням збільшення (рисунок):

(2) . Крім того, додаткова умова задачі дає:

(3) . З рівнянь (2) та (3) отримуємо:

(4) , звідки:

(5)  і після підстановки значення b з рівняння (5) в рівняння (2) маємо:

 .